

TP NOTÉ

BILL ALLOMBERT

Vous devez rendre un fichier Maple contenant les fonctions demandées et les résultats pour les exemples fournis. Le fichier sera posté dans la rubrique Travaux de l'espace pédagogique ULMA607.

Pour chaque question, on essaiera d'expliquer le fonctionnement de l'algorithme employé dans le cas de l'exemple traité.

Exercice 1. Écrire une procédure qui calcule la dérivée d'une expression en x , $+$, $*$, \sin et \cos . Essayer pour

`E:=sin(sin(x)*cos(x))*sin(x)`

Exercice 2. Calculer le PGCD étendu de 72643 et de 98387 à l'aide de l'algorithme d'Euclide étendu.

Exercice 3. Calculer le PGCD étendu de $X^5 + 3X^4 + 2X + 1$ et de $X^4 + 2X + 1$ à l'aide de l'algorithme du PGCD étendu rapide.

Exercice 4. Soit A la matrice à coefficients entiers défini par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 4 & 6 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- (1) Calculer son déterminant avec l'algorithme de Gauss-Bareiss.
- (2) Calculer son carré à l'aide de l'algorithme de multiplication rapide.

Exercice 5. Soit $p = 41$ et soit A la matrice à coefficients dans \mathbb{F}_{41} donné par

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 8 & 16 \\ 3 & 9 & 27 & 40 \\ 4 & 16 & 23 & 10 \end{pmatrix}$$

et V le vecteur $(1, 32, 38, 40)$.

Résoudre l'équation $AX = V$ en utilisant l'algorithme de Wiedemann

Exercice 6. Factoriser $X^5 + 2X^2 + 2X + 2$ sur le corps \mathbb{F}_3 en utilisant l'algorithme de Berlekamp.

Exercice 7. Factoriser les polynômes $X^5 + X + 1$ et $X^4 + 17X^2 + 1$ sur \mathbb{Z} en détaillant le déroulement de l'algorithme.